

PRACA KONTROLNA nr 1 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Wykaż, że różnica kwadratów dwóch liczb nieparzystych jest podzielna przez 8.
2. Właściciel hurtowni sprzedał $\frac{1}{3}$ partii bananów po założonej przez siebie cenie. Ponieważ pozostałe owoce zaczęły zbyt szybko dojrzewać, więc obniżył ich cenę o 30%. Dzięki temu sprzedał 60% aktualnego stanu. Resztę bananów udało mu się sprzedać dopiero, gdy ustalił ich cenę na poziomie $\frac{1}{5}$ ceny początkowej. Ile procent zaplanowanego zysku stanowi kwota uzyskana ze sprzedaży? W jakiej cenie (w porównaniu z założoną) powinien sprzedać pierwszą partię towaru, żeby jednokrotna obniżka ich ceny o 25% pozwoliła na sprzedanie wszystkich owoców i uzyskanie zaplanowanego początkowo zysku?

3. Narysuj wykres funkcji

$$f(x) = \frac{|x-1|+x}{|x+1|}.$$

Następnie rozwiąż nierówność $f(x) \geq 1$ i, korzystając z wykresu, podaj jej interpretację graficzną.

4. Wykresem funkcji $f(x) = x^2 + bx + c$ jest parabola o wierzchołku w punkcie $(3, -1)$. Podaj wzór funkcji, której wykres jest obrazem symetrycznym tej paraboli:
 - a) względem prostej $x = 1$,
 - b) względem punktu $(1, 0)$.Sporządź staranne wykresy wszystkich funkcji.

5. Oblicz

$$\frac{\sqrt{2 \sin^3 \alpha + 3 \sin \alpha \cos^2 \alpha}}{\sin \alpha \sqrt{\cos \alpha} + \cos \alpha \sqrt{\sin \alpha}},$$

wiedząc, że $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}$. Wynik podaj bez niewymierności w mianowniku.

6. Z miejscowości A i B odległych o 90 kilometrów wyruszyli dwaj rowerzyści. Adam wyjechał z A o godzinę wcześniej niż Bartek z B . Od momentu spotkania Adam jechał do B 90 minut, a Bartek dotarł do A po 4 godzinach. Z jaką prędkością jechał każdy z rowerzystów?

PRACA KONTROLNA nr 1 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Wykaż, że różnica czwartych potęg dwóch liczb nieparzystych jest podzielna przez 16.
2. 31 grudnia Kowalski zaciągnął pożyczkę 4000 złotych oprocentowaną w wysokości 16% w skali roku. Zobowiązał się spłacić ją w ciągu roku w czterech równych ratach płatnych 31 marca, 30 czerwca, 30 września i 31 grudnia. Oprocentowanie pożyczki liczy się od 1 stycznia, a odsetki od kredytu naliczane są w terminach płatności rat. Oblicz wysokość tych rat w zaokrągleniu do pełnych groszy.
3. Narysuj wykres funkcji

$$f(x) = \frac{|x+1| + x}{|x-1|}$$

i wyznacz zbiór jej wartości. Następnie rozwiąż nierówność $f(x-1) < x$ i podaj jej interpretację graficzną.

4. Dla jakich wartości parametru rzeczywistego m równanie kwadratowe

$$2x^2 - mx + m + 2 = 0$$

ma dwa pierwiastki rzeczywiste x_1, x_2 , których suma odwrotności jest nieujemna? Sporządź wykres funkcji $f(m) = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.

5. Odcinek o końcach $A\left(\frac{5}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $B\left(\frac{5}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$ jest bokiem wielokąta foremnego wpisanego w okrąg styczny do osi Ox . Wyznacz równanie tego okręgu i współrzędne pozostałych wierzchołków wielokąta. Ile rozwiązań ma to zadanie? Sporządź rysunek.
6. Z wierzchołków podstawy AB trójkąta równobocznego o boku a rozpoczęły ruch dwa punkty. Poruszają się one wzdłuż boków AC i BC z prędkościami odpowiednio v_1 i v_2 . Po jakim czasie odległość między nimi będzie równa wysokości trójkąta?

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **28 września 2014r.** na adres:

Instytut Matematyki i Informatyki
Politechniki Wrocławskiej
Wybrzeże Wyspiańskiego 27
50-370 WROCŁAW.

Na kopercie prosimy koniecznie zaznaczyć **wybrany poziom!** (np. poziom podstawowy lub rozszerzony). Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do wagi listu. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.edu.pl/kurs>