

PRACA KONTROLNA nr 3 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Rozwiąż nierówność

$$x^5 + x^4 - 8x^2 + 16 \geq 8x^3 - 16x.$$

2. W przedziale $[\pi, 2\pi]$ rozwiąż równanie

$$\frac{\sin 3x}{\cos 6x} = 1.$$

3. Dane są trzy wektory $\vec{a} = (1, 1)$, $\vec{b} = (2, -1)$, $\vec{c} = (5, 2)$. Dobierz takie liczby p, q , aby z wektorów $p\vec{a}$, $q\vec{b}$, \vec{c} można było zbudować trójkąt.

4. W przedziale $[0, \pi]$ narysuj wykres funkcji

$$f(x) = \frac{1}{|\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x|} + \sin 2x,$$

i rozwiąż nierówność $f(x) < \frac{3}{4}$.

5. Na okręgu $x^2 - 2x + y^2 + 4y - 4 = 0$ wyznacz punkt, którego odległość od prostej $x - 3y + 6 = 0$ jest najmniejsza.
6. Przekątna rombu o polu 9 zawarta jest w prostej $x - 2y + 3 = 0$, a jednym z jego wierzchołków jest punkt $A(2, -2)$. Wyznacz współrzędne pozostałych wierzchołków tego rombu.

PRACA KONTROLNA nr 3 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Resztą z dzielenia wielomianu $w(x) = x^4 + px^3 - 3x^2 + qx - 14$ przez $x^2 - x - 2$ jest $4x - 28$. Wyznacz współczynniki p, q i rozwiąż nierówność $w(x) \geq 0$.

2. Wyznacz najmniejszą wartość funkcji

$$f(x) = (\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x)^2,$$

oraz rozwiąż nierówność $f(x) \leq f(2x)$.

3. Rozwiąż równanie

$$\cos x + \cos 2x + 2 \cos 3x + \cos 4x + \cos 5x = 0.$$

4. Znajdź kąt między wektorami \vec{a} i \vec{b} wiedząc, że wektor $5\vec{a} - 4\vec{b}$ jest prostopadły do wektora $2\vec{a} + 4\vec{b}$, a wektor $\vec{a} - 5\vec{b}$ jest prostopadły do wektora $6\vec{a} - 2\vec{b}$.

5. Z wierzchołka O paraboli $y^2 = 2x$ poprowadzono dwie proste wzajemnie prostopadłe i przecinające parabolę w punktach P i Q . Wyznacz zbiór punktów płaszczyzny utworzony przez środki ciężkości trójkątów OPQ . Sporządź rysunek.

6. W trójkącie o wierzchołkach $A(-6, -7)$, $B(8, -9)$, $C(0, 10)$ punkt P jest środkiem boku BC , a punkt S jest punktem przecięcia środkowej poprowadzonej z wierzchołka A oraz wysokości opuszczonej na bok AB . Oblicz pole trójkąta CSP oraz znajdź równanie okręgu opisanego na nim.

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **18 listopada 2014r.** na adres:

Instytut Matematyki i Informatyki
Politechniki Wrocławskiej
Wybrzeże Wyspiańskiego 27
50-370 WROCŁAW.

Na kopercie prosimy **koniecznie** zaznaczyć **wybrany poziom!** (np. **poziom podstawowy lub rozszerzony**). Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do wagi listu. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.wroc.pl/kurs>