

**PRACA KONTROLNA nr 4 - POZIOM PODSTAWOWY**

1. Dla jakich kątów  $\alpha \in \langle 0, 2\pi \rangle$  równanie  $2x^2 - 2(2 \cos \alpha - 1)x + 2 \cos^2 \alpha - 5 \cos \alpha + 2 = 0$  ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste?
2. Dane są punkty  $A(-2, 0)$ ,  $B(2, 4)$  oraz  $C(1, 5)$ . Oblicz pole trapezu  $ABCD$ , wiedząc, że punkt  $D$  jest jednakowo odległy od punktów  $A$  i  $B$ .
3. W trójkącie równoramiennym kąt przy podstawie ma miarę  $30^\circ$ . Oblicz stosunek długości promienia okręgu opisanego na trójkącie do długości promienia okręgu wpisanego w trójkąt.
4. Płaszczyzna przechodząca przez środek dolnej podstawy walca jest nachylona do podstawy pod kątem  $\alpha$  i przecina górną podstawę walca wzdłuż cięciwy długości  $a$ . Cięciwa ta odcina łuk, na którym oparty jest kąt środkowy o mierze  $120^\circ$ . Oblicz objętość walca.
5. Niech  $x_1$  i  $x_2$  będą pierwiastkami wielomianu  $p(x) = x^2 - x + a$ , a  $x_3$  i  $x_4$  – pierwiastkami wielomianu  $q(x) = x^2 - 4x + b$ . Dla jakich  $a$  i  $b$  liczby  $x_1, x_2, x_3, x_4$  są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego?
6. Na dwóch zewnętrznie stycznych kulach opisano stożek tak, że środki tych kul leżą na wysokości stożka. Promień mniejszej kuli jest równy  $r$ , a stosunek objętości kul wynosi 8. Oblicz pole powierzchni bocznej stożka.

## PRACA KONTROLNA nr 4 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Dane są proste  $y = 4x$  i  $y = x - 2$  oraz punkt  $M = (1, 2)$ . Wyznacz współrzędne punktów  $A$  i  $B$  leżących odpowiednio na danych prostych takich, że punkty  $A, B, M$  są współliniowe oraz  $\frac{|AM|}{|BM|} = \frac{2}{3}$ .
2. W równoległoboku o kącie ostrym  $60^\circ$  stosunek kwadratów długości przekątnych wynosi 1:3. Oblicz stosunek długości dwóch sąsiednich boków.
3. Niech  $a, b, c, d$  będą kolejnymi liczbami naturalnymi. Pokaż, że wielomian  $w(x) = ax^3 - bx^2 - cx + d$  ma trzy pierwiastki rzeczywiste, wśród których co najmniej jeden jest liczbą całkowitą. Dla jakich parametrów  $a, b, c, d$  suma tych pierwiastków jest największa?
4. Dla jakich kątów  $\alpha \in \langle 0, 2\pi \rangle$  spełniona jest nierówność

$$2^{\sin^2 x} + \sqrt[4]{2} \cdot 2^{\cos^2 x} \leq \sqrt{2} + \sqrt[4]{8}?$$

5. W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym o krawędzi podstawy  $a$  stosunek długości krawędzi podstawy do wysokości wynosi 2:3. Ostrosłup przecięto płaszczyzną przechodzącą przez krawędź podstawy i prostopadłą do przeciwległej ściany bocznej. Oblicz pole otrzymanego przekroju.
6. Wierzchołek stożka jest środkiem kuli a brzeg podstawy stożka zawiera się w powierzchni kuli. Pole powierzchni całkowitej stożka stanowi  $\frac{1}{4}$  pola powierzchni kuli. Oblicz stosunek objętości stożka do objętości kuli.

---

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **18 grudnia 2014r.** na adres:

Instytut Matematyki i Informatyki  
Politechniki Wrocławskiej  
Wybrzeże Wyspiańskiego 27  
50-370 WROCŁAW.

Na kopercie prosimy **koniecznie** zaznaczyć **wybrany poziom!** (np. **poziom podstawowy lub rozszerzony**). Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do wagi listu. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.wroc.pl/kurs>