

**PRACA KONTROLNA nr 6 - POZIOM PODSTAWOWY**

1. Wyznacz dziedzinę funkcji

$$f(x) = \log_{4-x^2}(2^x + 2^{1-x} - 3).$$

2. W przedziale  $[0, 2\pi]$  rozwiąż nierówność

$$\cos^2 2x + \sin^2 x \leq \frac{1}{2}.$$

3. Obwód trójkąta równoramiennego jest równy 8. Jaka powinna być długość boków tego trójkąta, by objętość bryły powstałej z jego obrotu dokoła podstawy była największa?

4. Rozwiąż równanie

$$\sqrt{1 - 2 \cdot 3^x + 9^x} = 3^{2x-1} - 7 \cdot 3^{x-1} + 2.$$

5. Punkt  $B(1, 1)$  jest wierzchołkiem kąta prostego w trójkącie prostokątnym o polu 2, wpisanym w okrąg  $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 2 = 0$ . Znajdź współrzędne pozostałych wierzchołków tego trójkąta. Rozwiązanie zilustruj starannym rysunkiem.

6. Sporządź staranny wykres funkcji

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x-2} & \text{dla } |2x-5| \geq 3, \\ -x^2 + 6x - 6 & \text{dla } |2x-5| < 3, \end{cases}$$

i na jego podstawie wyznacz zbiór wartości tej funkcji. Rozwiąż nierówność  $f^2(x) \leq 1$  i zaznacz zbiór jej rozwiązań na osi  $Ox$ .

## PRACA KONTROLNA nr 6 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Narysuj staranny wykres funkcji

$$f(x) = \left| 2^{|x-1|} - 4 \right| - 2$$

i opisz dokładnie sposób jego konstrukcji. Korzystając z rysunku, określ ilość rozwiązań równania  $f(x) = m$  w zależności od parametru  $m$ .

2. Rozwiąż równanie

$$2 \cos 2x + 1 = \sqrt{2 \cos^2 2x - 6 \sin^2 x + 5}.$$

3. W trójkącie prostokątnym przeciwprostokątna ma długość 3. Jakie powinny być długości przyprostokątnych, aby objętość bryły powstałej z jego obrotu dokoła jednej z nich była największa?

4. Rozwiąż nierówność

$$2^x \left( 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^{\frac{1}{x}} - (2 - \sqrt{3})^{-x} \geq 0.$$

5. Znajdź równania prostych stycznych do okręgu  $x^2 + y^2 = 25$  przechodzących przez punkt  $S(6, 8)$ . Wyznacz współrzędne punktów styczności  $A$ ,  $B$  i oblicz pole obszaru ograniczonego odcinkami  $AS$ ,  $BS$  oraz większym łukiem  $AB$ . Wykonaj staranny rysunek.

6. Zbadaj przebieg zmienności i narysuj staranny wykres funkcji

$$f(x) = \frac{3x - 2}{(x - 1)^2}.$$

---

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **18 lutego 2015r.** na adres:

Katedra Matematyki WPPT  
Politechniki Wrocławskiej  
Wybrzeże Wyspiańskiego 27  
50-370 WROCŁAW.

Na kopercie prosimy **koniecznie** zaznaczyć **wybrany poziom!** (np. poziom podstawowy lub rozszerzony). Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do wagi listu. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.wroc.pl/kurs>