

PRACA KONTROLNA nr 1 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Dla pewnego kąta ostrego α zachodzi równość $\cos \alpha = 2 \sin \alpha$. Wyznaczyć wartości wszystkich funkcji trygonometrycznych tego kąta.
2. Po modernizacji linii kolejowej łączącej Wałbrzych z Wrocławiem średnia prędkość pociągu wzrosła o 14 km/h, a czas przejazdu 70 km skrócił się o 25 minut. Z jaką średnią prędkością jedzie teraz pociąg na tej linii?
3. Wyznaczyć dziedzinę oraz najmniejszą wartość funkcji

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{10 + 8x^2 - x^4}}.$$

4. Wyznaczyć wzory tych funkcji kwadratowych $f(x) = ax^2 + bx + c$, dla których najmniejszą wartością jest $-\frac{9}{2}$, $f(0) = -4$, a jednym z miejsc zerowych jest $x = 4$. Narysować wykresy tych funkcji.
5. Uprościć wyrażenie (dla tych a, b , dla których ma ono sens)

$$\left(\frac{1}{b} + \frac{2}{\sqrt[6]{a^2 b^3}} + \frac{1}{\sqrt[3]{a^2}} \right) \cdot \left(\sqrt[3]{a^2} (\sqrt[3]{a} + \sqrt{b}) - \frac{a(2\sqrt{b} + \sqrt[3]{a})}{\sqrt[3]{a} + \sqrt{b}} \right).$$

Następnie obliczyć jego wartość dla $a = 5\sqrt{5}$ i $b = 14 - 6\sqrt{5}$.

6. Dane są zbiory $A = \{(x, y) : 4|x| - 4 \leq 2|y| \leq |x| + 2\}$ oraz $B = \{(x, y) : |x| + |y| \leq \frac{5}{2}\}$. Obliczyć pole zbioru $A \cap B$. Wykonać staranny rysunek.

PRACA KONTROLNA nr 1 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Wiedząc, że dla wypukłego kąta α zachodzi równość $\cos \alpha - \sin \alpha = \frac{1}{3}$, wyznaczyć wszystkie funkcje trygonometryczne tego kąta.
2. Dla jakich wartości parametru p suma kwadratów pierwiastków trójmianu $px^2 - 2px + 2$ jest większa od 3?
3. Ciężarówka o długości 16m jedzie ze stałą prędkością 70km/h. Wyprzedza ją samochód osobowy o długości 4m jadąc ze stałą prędkością 100km/h. Manewr wyprzedzania rozpoczyna od zjazdu na lewy pas dokładnie 20m za ciężarówką, a kończy, powracając na prawy pas jezdni dokładnie 20m przed nią (odstęp między pojazdami wynosi w tych momentach 20m). Z naprzeciwka nadjeżdża inny samochód osobowy z prędkością 105km/h. Jaka powinna być odległość między oboma samochodami osobowymi na początku manewru wyprzedzania, żeby zakończył się on bezpiecznie (bez zmiany prędkości obu samochodów)?
4. Narysować wykres funkcji

$$f(x) = \begin{cases} |2^{-x} - 2| & \text{dla } x \leq 1, \\ \frac{x-4}{x-2} & \text{dla } x > 1. \end{cases}$$

Posługując się nim, podać wzór funkcji $g(m)$ określającej liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$, gdzie m jest parametrem rzeczywistym.

5. Uprościć wyrażenie (dla tych a, b , dla których ma ono sens)

$$\left(\frac{\sqrt[4]{a}}{\sqrt{b}} - \frac{b}{\sqrt{a}} + \frac{3\sqrt{b}}{\sqrt[4]{a}} - 3 \right) \cdot \left(\sqrt[4]{ab^2} - b + \frac{2b\sqrt[4]{a} - \sqrt{b^3}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt{b}} \right).$$

Następnie obliczyć jego wartość dla $a = 28 - 16\sqrt{3}$ i $b = 3$.

6. Dane są zbiory $A = \{(x, y) : x^2 + y^2 < 16\}$ oraz $B = \{(x, y) : x^2 + y^2 < 4 \mid |x| - |y|\}$. Narysować zbiór $A \setminus B$ oraz obliczyć jego pole.

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **28 września 2015r.** na adres:

Katedra Matematyki WPPT
Politechniki Wrocławskiej
Wybrzeże Wyspiańskiego 27
50-370 WROCŁAW.

Na kopercie prosimy **koniecznie** zaznaczyć **wybrany poziom!** (np. **poziom podstawowy lub rozszerzony**). Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do wagi listu. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.wroc.pl/kurs>