XLVI
KORESPONDENCYJNY KURS
Z MATEMATYKI

wrzesień 2016 r.

PRACA KONTROLNA nr 1 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Z miast A i B odległych o 700 km o tej samej godzinie wyruszają naprzeciw siebie (po dwu równoległych torach) dwa pociągi. Pociąg pospieszny, który wyjeżdża z B, jedzie z prędkością o 35 km/h większą niż wyjeżdżający z A pociąg osobowy i przyjeżdża do A godzinę wcześniej niż pociąg osobowy osiąga B. Z jakimi prędkościami poruszają się pociągi i w jakiej odległości od A się minęły.

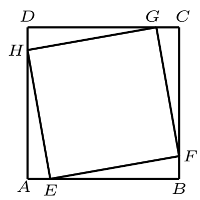
2. Wyznaczyć dziedziny funkcji $f(x) = \sqrt{\dfrac{|x-1|-4}{x+2}}$ oraz $g(x) = f(x+1)$ i $h(x) = f(|x|)$.

3. Liczby
$$p = \frac{\left(\sqrt[3]{54}-2\right)\left(9\sqrt[3]{4}+6\sqrt[3]{2}+4\right)-\left(2-\sqrt{3}\right)^3}{\sqrt{3}+\left(1+\sqrt{3}\right)^2} \quad \text{i} \quad q = \frac{64^{\frac{1}{3}}\sqrt{8}+8^{\frac{1}{3}}\sqrt{64}}{\sqrt[3]{64\sqrt{8}}\left(1+\sqrt{2}\right)}$$
są miejscami zerowym trójmianu kwadratowego $f(x) = x^2+ax+b$. Znaleźć najmniejszą i największą wartość $f(x)$ na przedziale $[0,5]$.

4. Niech $f(x) = x^2$. Narysować wykres funkcji $g(x) = |f(x-1)-4|$ i określić liczbę rozwiązań równania $g(x) = m$ w zależności o parametru m.

5. Wykresy funkcji $f(x) = \dfrac{m-1}{m+2}x+1$ i $g(x) = \dfrac{m+2}{m-3}x+1$ są prostymi prostopadłymi. Obliczyć pole trójkata ograniczonego wykresami tych funkcji i osią Ox. Podać równanie okręgu opisanego na tym trójkącie. Sporządzić rysunek.

6. W kwadrat $ABCD$ wpisano kwadrat $EFGH$, który zajmuje 3/4 jego powierzchni. Wyznaczyć wartości wszystkich funkcji trygonometrycznych mniejszego z kątów trójkąta EBF.



PRACA KONTROLNA nr 1 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Statek wyrusza (z biegiem rzeki) z przystani A do odległej o 140 km przystani B. Po upływie 1 godziny wyrusza za nim łódź motorowa, dopędza statek w połowie drogi, po czym wraca do przystani A w tym samym momencie, w którym statek przybija do przystani B. Wyznaczyć prędkość statku i prędkość łodzi w wodzie stojącej, wiedząc, że prędkość nurtu rzeki wynosi 4 km/godz.

2. Narysować wykres funkcji $f(x)=\min\left\{x^3, \frac{1}{x}\right\}$ i wyznaczyć jej dziedzinę oraz zbiór wartości. Podać wzór funkcji $h(x)$, której wykres jest symetryczny do wykresu $f(x)$ względem punktu $(0,0)$. Określić liczbę rozwiązań równania $f(x)=m$ w zależności o parametru m.

3. Dla jakich wartości rzeczywistego parametru p równanie $(p-1)x^2-(p+1)x-1=0$ ma dwa pierwiastki tego samego znaku odległe co najwyżej o 1?

4. Wykresy funkcji $f(x)=(m-1)x+1$ i $g(x)=\frac{m}{m-1}x+b$ są prostymi prostopadłymi, a pole trójkata ograniczonego wykresami tych funkcji i osią Ox jest równe polu trójkąta ograniczonego tymi wykresami i osią Oy. Wyznaczyć wzory funkcji f i g i obliczyć pole rozważanych trójkątów. Sporządzić rysunek.

5. Obliczyć wartości
$$p=\sqrt{19-8\sqrt{3}}-\sqrt[3]{26-15\sqrt{3}} \quad \text{i} \quad q=\frac{14\log_9\frac{1}{2}-\log_{\sqrt[3]{3}}\frac{1}{4}}{\log_9 8+\log_{\sqrt{3}}\frac{1}{2}}.$$
Następnie wyznaczyć wzór i narysować wykres funkcji $f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$, wiedząc, że jest on symetryczny względem punktu (p,q) i przechodzi przez punkt $(0,0)$.

6. Punkt D dzieli bok AB trójkąta równobocznego ABC w stosunku 2:1. Wyznaczyć stosunek długości promienia okręgu wpisanego w trójkąt ADC do długości promienia okręgu wpisanego w trójkąt DBC.

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **28 września 2016r.** na adres:

Wydział Matematyki
Politechnika Wrocławska
Wybrzeże Wyspiańskiego 27
50-370 WROCŁAW.

Na kopercie prosimy koniecznie zaznaczyć wybrany poziom! (np. poziom podstawowy lub rozszerzony). Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do wagi listu. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

Adres internetowy Kursu: http://www.im.pwr.edu.pl/kurs