XLVI
KORESPONDENCYJNY KURS
Z MATEMATYKI

październik 2016 r.

PRACA KONTROLNA nr 2 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Wyznaczyć wartości $\cos(2\alpha)$ oraz $\cos\left(\frac{1}{2}\alpha\right)$ dla kąta ostrego α, takiego że $\sin\alpha = \frac{3}{5}$. W obu przypadkach zastosować wzór: $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$.

2. Napięta lina przymocowana jest na wysokości jednego metra nad ziemią do dwóch słupów stojących $d = 50$ metrów od siebie. Jak wysoko można podnieść tę linę dokładnie w jej środku po wydłużeniu jej o $s = 0.5$m i przywiązaniu do słupów w tych samych miejscach? Podać dokładny wzór używając oznaczeń d, s oraz odpowiednie przybliżenie.

3. Zaznaczyć na płaszczyźnie zbiory $A \cap B$, $A \setminus B$, gdzie $A = \{(x, y) : \ |y| + |x| \leqslant 2\}$ oraz $B = \{(x, y) : \ |y| < x^2\}$.

4. Udowodnić, że jeśli wszystkie boki trójkąta są krótsze niż a, to jego pole jest mniejsze niż $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

5. Rozwiązać nierówność
$$\sqrt{x+2} \leqslant 10 - x.$$

6. W pewnym skończonym ciągu arytmetycznym pierwszy wyraz jest dodatni i dwa razy większy niż różnica ciągu, a suma wszystkich wyrazów o numerach parzystych jest o 10% większa niż suma wszystkich wyrazów o numerach nieparzystych. Ile wyrazów ma ten ciąg?

PRACA KONTROLNA nr 2 - POZIOM ROZSZERZONY

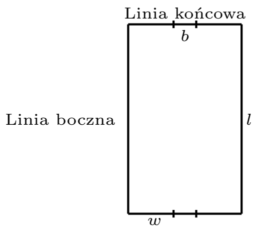
1. Wyznaczyć wartość $\sin\alpha$, jeżeli α jest kątem ostrym takim, że $\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{ctg}\alpha = 4$. Jaka jest najmniejsza wartość funkcji $f(\alpha) = \operatorname{tg}\alpha + \operatorname{ctg}\alpha$ dla $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$?

2. Rozwiązać nierówność
$$\sqrt{\frac{6-x}{x-1}} < 3x - 4.$$

3. Narysować na płaszczyźnie zbiór $A \setminus B$, gdzie $A = \{(x, y) :\ x^2 - 2|x| + y^2 - 2|y| \leqslant 0\}$, $B = \{(x, y) : |y| + 2|x| < 2\}$ oraz obliczyć jego pole.

4. Dane są dwa ciągi arytmetyczny i geometryczny, każdy składający się z trzech wyrazów dodatnich. Pierwsze i ostatnie wyrazy tych ciągów są jednakowe, a suma wyrazów ciągu arytmetycznego jest o 25% większa od sumy wyrazów ciągu geometrycznego. Znaleźć wszystkie takie pary ciągów.

5. Piłkarz stojący na linii bocznej boiska widzi bramkę pod kątem $\alpha = 5^\circ$ (co oznacza, że kąt utworzony przez odcinki łączące piłkarza i słupki bramki wynosi α). Wiadomo, że bramka ma szerokość $b = 7{,}32$ m, a długość linii końcowej wynosi $w = 68$ m, zaniedbujemy natomiast szerokość słupków bramki. W jakiej odległości od linii końcowej boiska stoi piłkarz? Dla jakich wartości kąta α istnieje rozwiązanie, jeżeli długość boiska wynosi $l = 105$ m? Podać dokładny wzór używając oznaczeń α, b, w, l, oraz przybliżenie z dokładnością do 1cm.



6. Dany jest trójkąt ostrokątny ABC, w którym środkiem okręgu opisanego jest punkt S, a P jest jego ortocentrum (punktem przecięcia wysokości lub ich przedłużeń). Ponadto $\angle ABC = 60^\circ$. Udowodnić, że $SB = PB$.

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **18 października 2015r.** na adres:

Wydział Matematyki
Politechnika Wrocławska
Wybrzeże Wyspiańskiego 27
50-370 WROCŁAW.

Na kopercie prosimy koniecznie zaznaczyć wybrany poziom! (np. poziom podstawowy lub rozszerzony). Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do wagi listu. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

Adres internetowy Kursu: http://www.im.pwr.wroc.pl/kurs