

**PRACA KONTROLNA nr 3 - POZIOM PODSTAWOWY**

1. Narysować wykres funkcji  $f(x) = \sin x |\cos x|$  i rozwiązać nierówność  $|f(x)| \geq \frac{1}{4}$ .
2. Na ile różnych sposobów może usiąść na ławce pięcioosobowa rodzina, jeżeli najmłodsza córka musi siedzieć obok mamy?

3. Rozwiązać równanie

$$\cos x + \sin x = \sqrt{1 - 2 \cos^2 x}.$$

4. Rozwiązać nierówność

$$f(x) \leq \frac{1}{f(x)},$$

gdzie  $f(x) = \frac{1}{6}x^2 - \frac{7}{6}x + 1$ .

5. Punkty  $A(2, 0)$  i  $C(-1, 3)$  są przeciwległymi wierzchołkami rombu o polu 10. Wyznaczyć współrzędne pozostałych wierzchołków oraz obliczyć jego obwód.
6. Dane jest półkole o średnicy  $AB$  i promieniu o długości  $|AO| = r$ . Na promieniu  $AO$  jako na średnicy wewnątrz danego półkola zakreślono półokrąg. Na większym półokręgu obrano punkt  $P$  i połączono go z punktami  $A$  i  $B$ . Odcinek  $AP$  przecina mniejszy półokrąg w punkcie  $C$ . Obliczyć długość odcinka  $BC$ , jeśli wiadomo, że  $|AP| = 2|BP|$ .

## PRACA KONTROLNA nr 3 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Nieuczciwy pracownik próbuje włamać się do skrzynki pocztowej swojego szefa. Wie, że hasło dostępu ma 8 znaków i na pewno zawiera cyfry 0105 (oznaczające urodziny szefa) oraz cztery nieznanne mu litery (do wyboru z 26 małych i 26 dużych liter alfabetu). Cyfry występują w podanej kolejności ale mogą być rozdzielone literami. Ile różnych haseł spełnia te warunki?

2. Rozwiązać równanie

$$\log_{\cos x} \sin x + \log_{\sin x} \cos x - 2 = 0.$$

3. Resztą z dzielenia wielomianu  $w(x) = x^3 + 3x^2 + 10a$  przez  $x - a$  jest  $-16$ . Wyznaczyć wartość parametru  $a$  oraz rozwiązać nierówność

$$(x - 3)w(x) \leq (x - 2)w(x - 1).$$

4. Rozwiązać równanie

$$\frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{1 - \cos^2 x} = \frac{5}{2 + \sin^4 x - \cos^4 x}.$$

5. W trójkącie  $ABC$  dany jest wierzchołek  $A(1, 1)$ , a bok  $BC$  jest zawarty w prostej  $x + 3y - 14 = 0$ . Ponadto  $\overrightarrow{CD} = \left(\frac{4}{3}, -\frac{8}{3}\right)$ , gdzie  $CD$  jest wysokością tego trójkąta. Wyznaczyć współrzędne wszystkich wierzchołków trójkąta  $ABC$ , obliczyć jego pole i kosinus kąta między środkową  $CE$  a bokiem  $AC$ .

6. W trapezie  $ABCD$  podstawa  $AB$  tworzy z przekątną  $AC$  kąt dwa razy mniejszy niż z bokiem  $BC$ . Ponadto  $|AB| = 23$  oraz  $|BC| = 9$ . Znaleźć długości pozostałych boków tego trapezu jeżeli wiadomo, że jego pole wynosi  $60\sqrt{2}$ .

---

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **18 listopada 2016r.** na adres:

Wydział Matematyki  
Politechnika Wrocławska  
Wybrzeże Wyspiańskiego 27  
50-370 WROCŁAW.

Na kopercie prosimy **koniecznie** zaznaczyć **wybrany poziom!** (np. **poziom podstawowy lub rozszerzony**). Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do wagi listu. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.wroc.pl/kurs>