

PRACA KONTROLNA nr 5 - POZIOM PODSTAWOWY

1. W urnie znajduje się 9 kul ponumerowanych od 1 do 9. Losujemy bez zwracania 4 kule i dodajemy ich numery. Ile jest możliwych wyników losowania, w których suma wylosowanych numerów jest parzysta, a ile wyników losowania prowadzi do uzyskania liczby nieparzystej?

2. Narysuj na płaszczyźnie krzywą

$$y = |2^{|x-1|} - 2|$$

i starannie opisz metodę jej konstrukcji.

3. Wyznacz dziedzinę funkcji

$$f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) - 2 \log_2 \frac{1}{x-2}}.$$

4. Rozwiąż równanie

$$\left(\frac{9}{4}\right)^x \left(\frac{8}{27}\right)^{x-2} \log(27-x) - 3 \log_{\frac{1}{10}} \frac{1}{\sqrt{27-x}} = 0$$

5. Narysuj w układzie współrzędnych zbiór

$$A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \sqrt{(x^2 - y)^2 + 1} < (|x| + 1)^2 \right\}.$$

6. Wśród walców wpisanych w kulę o promieniu R wskaż ten o największym polu powierzchni bocznej. Podaj jego wymiary oraz stosunek pola jego powierzchni całkowitej do pola powierzchni kuli.

PRACA KONTROLNA nr 5 - POZIOM ROZSZERZONY

1. W finale pewnego konkursu bierze udział 10 osób. Prowadzący wybiera losowo jedną z nich i zadaje jej pytanie finałowe. Obliczyć prawdopodobieństwo, że zapytana osoba udzieli poprawnej odpowiedzi, jeśli wiadomo, że k -ty finalista odpowie poprawnie na pytanie finałowe z prawdopodobieństwem $\frac{1}{2^k}$, gdzie $k \in \{1, \dots, 10\}$.

2. Rozwiąż równanie

$$x^{\log_3 x - 1} = 9.$$

3. Zbadaj, dla jakich argumentów x funkcja

$$f(x) = (2 - x)^{\frac{3x-4}{2-x}} - 1$$

przyjmuje wartości ujemne.

4. Podaj dziedzinę i narysuj wykres funkcji

$$f(x) = 2 \left| \log_2 \sqrt{|x-1| - 1} \right|.$$

Starannie opisz metodę jego konstrukcji. Rozwiąż równanie $f(x) = 2$.

5. Narysuj na płaszczyźnie zbiór

$$A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \log_{|x|} \left(\log_{y+1} (|x| + 1) \right) \leq 0 \right\}.$$

6. Wśród prostopadłościanów wpisanych w kulę o promieniu R , których przekątna tworzy kąt α z jedną ze ścian, wskaż ten o największej objętości. Podaj jego wymiary oraz stosunek jego objętości do objętości kuli. Jaki procent objętości kuli stanowi objętość prostopadłościanu dla kąta $\alpha = 45^\circ$? Wynik podać z dokładnością do jednego promila.

Rozwiązania prosimy nadsyłać do dnia **18 stycznia 2017** na adres:

Wydział Matematyki
Politechniki Wrocławskiej
Wybrzeże Wyspiańskiego 27
50-370 Wrocław.

Na kopercie prosimy koniecznie zaznaczyć wybrany poziom. Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do wagi listu. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.edu.pl/kurs>