

PRACA KONTROLNA nr 6 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Rozwiąż nierówność

$$\frac{3x-1}{x} \geq 1 + \frac{\sqrt{1-x}}{x}.$$

2. W zagrodzie jest 10 zwierząt, po parze danego gatunku. Oblicz prawdopodobieństwo, że w zagrodzie zostanie choć jedno zwierzę każdego gatunku, jeśli wypuścimy z niej 4 losowo wybrane zwierzęta.

3. Bez użycia kalkulatora porównaj liczby

$$a = \sqrt{11 - 4\sqrt{7}} \quad \text{oraz} \quad b = \log^2 2 \cdot \log 250 + \log^2 5 \cdot \log 40.$$

4. Wyznacz wszystkie argumenty x , dla których funkcja

$$f(x) = 27^{x^2} \cdot 4^{x^2(x-3)} \cdot 3^x - 6 \cdot 3^{x^3+2} \cdot 2^{2x-7}$$

przyjmuje wartości dodatnie.

5. Wyznacz skalę podobieństwa trójkąta równobocznego opisanego na okręgu do trójkąta równobocznego wpisanego w ten okrąg. Jaki jest stosunek pól tych trójkątów, a jaki stosunek objętości stożka o kącie rozwarcia 60° opisanego na kuli do objętości podobnego stożka wpisanego w tę kulę?
6. Wśród prostokątów o ustalonej długości przekątnej p wskaż ten o największym polu.

PRACA KONTROLNA nr 6 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Rozwiąż nierówność

$$x + 1 + \frac{1}{x-1} \geq \left(1 + \frac{1}{x-1}\right) \sqrt{2-x}.$$

2. Narysuj wykres funkcji $f(x) = \left|1 + \log_2 \frac{1}{|1-|x||}\right|$, opisz słownie metodę jego konstrukcji oraz zbadaj, dla jakich argumentów spełniona jest nierówność $f(x) \leq 1$.

3. Rozwiąż równanie logarytmiczne

$$\log_{(x+2)^2} |x-1| = \log_{|x-1|} \sqrt{x+2}.$$

4. Trzech alpinistów atakuje szczyt, wchodząc jednocześnie, niezależnie od siebie, z różnych stron góry. Prawdopodobieństwo zdobycia szczytu szlakiem północnym wynosi $\frac{1}{3}$, szlakiem zachodnim $-\frac{1}{2}$, a południowym $-\frac{3}{7}$. Oblicz prawdopodobieństwo, że atak się powiedzie (tzn. przynajmniej jeden z alpinistów zdobędzie szczyt).
5. Oblicz tangens kąta rozwarcia stożka, dla którego kula wpisana w ten stożek zajmuje dokładnie połowę jego objętości.
6. Wyznacz równanie linii będącej zbiorem środków wszystkich okręgów stycznych do prostej $y = 0$ i jednocześnie stycznych do okręgu $x^2 + y^2 = 2$. Wykonaj odpowiedni rysunek.

Rozwiązania prosimy nadsyłać do dnia **18 lutego 2018** na adres:

Korespondencyjny Kurs z Matematyki
POZIOM... (wpisać właściwy)

Wydział Matematyki
Politechnika Wrocławska
Wybrzeże Wyspiańskiego 27
50-370 Wrocław

Na kopercie prosimy koniecznie zaznaczyć wybrany poziom (podstawowy, rozszerzony lub podstawowy i rozszerzony). Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do wagi listu i rozmiaru koperty. Prace nie spełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.edu.pl/kurs>