

**PRACA KONTROLNA nr 1 - POZIOM PODSTAWOWY**

1. Promień podstawy stożka obrotowego zmniejszono o 20%. O ile procent trzeba zwiększyć wysokość tego stożka, żeby jego objętość nie uległa zmianie?
2. Dla jakich wartości parametru  $m$  nierówność

$$mx^2 + (m + 1)x + 2m < 0$$

jest spełniona dla wszystkich  $x \in \mathbb{R}$ ?

3. Określić dziedzinę i uprościć następujące wyrażenie:

$$\frac{\left(\sqrt[5]{a^{\frac{4}{3}}}\right)^{-\frac{3}{2}}}{\left(\sqrt{a^3 a^2 b}\right)^4} : \left[ \frac{\sqrt[5]{a^{-4}}}{\left(\sqrt[4]{a\sqrt{b}}\right)^2} \right]^3.$$

Następnie obliczyć wartość tego wyrażenia dla  $a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$  i  $b = 5 - 2\sqrt{6}$ .

4. Niech  $f(x) = x^2$ . Narysować wykres funkcji  $g(x) = |f(x + 1) - 4|$  i określić liczbę rozwiązań równania  $g(x) = m$  w zależności od parametru  $m$ .
5. Obliczyć pole koła wpisanego w romb o polu 10 i kącie ostrym  $30^\circ$ .
6. Niech  $A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{3}{2x^2 + x - 6} \geq \frac{1}{2x - 3}\right\}$  oraz  $B = \left\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{x^2 - 4x + 4} < x\right\}$ . Wyznaczyć i narysować na osi liczbowej zbiory  $A$ ,  $B$  oraz  $A \setminus B$ ,  $B \setminus A$ .

## PRACA KONTROLNA nr 1 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Pewna liczba pięciocyfrowa zaczyna się (z lewej strony) cyfrą 8. Jeśli cyfrę tę przestawimy z pierwszej pozycji na ostatnią, to otrzymamy liczbę stanowiącą 16% liczby pierwotnej. Znaleźć tę liczbę.
2. Określić dziedzinę i uprościć następujące wyrażenie:

$$\frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - 4b}{(a - b) \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{b}} + 3\sqrt{\frac{1}{a}}\right)^{-1}} : \frac{a + 9b + 6\sqrt{ab}}{\frac{1}{\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{a}}}.$$

Następnie wyznaczyć jego wartość dla  $a = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$  i  $b = \sqrt{3} + 1$ .

3. Narysować wykres funkcji  $f(x) = \min\left\{\frac{2x}{x-1}, x^2\right\}$ . Podać wzór funkcji, której wykres jest symetryczny do wykresu funkcji  $f(x)$  względem początku układu współrzędnych. Określić liczbę rozwiązań równania  $f(x) = m$  w zależności od parametru  $m$ .
4. Długości boków trójkąta prostokątnego tworzą ciąg arytmetyczny o różnicy  $p > 0$ . Obliczyć stosunek promienia okręgu opisanego na tym trójkącie do promienia okręgu wpisanego w ten trójkąt.
5. Dla jakich wartości parametru  $m$  suma sześciątów pierwiastków równania

$$x^2 + (m - 1)x + m = \frac{7}{4}$$

należy do przedziału  $[-\frac{1}{2}, 0)$ ?

6. Dane są zbiory

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 9 - 4\sqrt{2} \leq x^2 + y^2 < 9 + 4\sqrt{2}\}$$

oraz

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 4|x| + 4|y| - 7\}.$$

Narysować starannie zbiór  $A \setminus B$  i wyznaczyć jego pole. Zadbać o odpowiednią skalę i czytelność rysunku.

---

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **28 września 2018r.** na adres:

Wydział Matematyki  
Politechnika Wrocławska  
Wybrzeże Wyspiańskiego 27  
50-370 WROCŁAW.

Na kopercie prosimy **koniecznie** zaznaczyć **wybany poziom!** (np. **poziom podstawowy lub rozszerzony**). Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do wagi listu. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

**Uwaga.** Wysyłając nam rozwiązania zadań uczestnik Kursu udostępnia nam swoje **dane osobowe**, które przetwarzamy **wyłącznie** w zakresie niezbędnym do jego prowadzenia (odesłanie zadań, prowadzenie statystyki). Szczegółowe informacje o przetwarzaniu przez nas danych osobowych są dostępne na stronie internetowej Kursu.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.edu.pl/kurs>