

PRACA KONTROLNA nr 3 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Narysować wykres funkcji $f(x) = 2 \cos x - |\cos x|$ i rozwiązać nierówność $f(x) < -\frac{3}{2}$.
2. Znaleźć punkt należący do paraboli $y^2 = 4x$, którego odległość od punktu $A(3, 0)$ jest najmniejsza.
3. Dany jest punkt $A(2, 1)$ oraz dwie proste:

$$p : x + y + 2 = 0, \quad q : x - 2y - 4 = 0.$$

Znaleźć taki punkt B na prostej q , żeby środek odcinka AB leżał na prostej p . Sporządzić rysunek.

4. Logarytmy liczb $1, 3^x - 2, 3^x + 4$ tworzą ciąg arytmetyczny (w podanej kolejności). Obliczyć x .
5. Kolejne środki boków czworokąta wypukłego $ABCD$ połączono odcinkami otrzymując czworokąt $EFGH$. Jaka figurą jest czworokąt $EFGH$? Odpowiedź uzasadnić. Obliczyć pole czworokąta $ABCD$, wiedząc, że pole czworokąta $EFGH$ jest równe 5.
6. Rozwiązać nierówność

$$f(x) \leq \frac{4}{f(x)},$$

gdzie $f(x) = -\frac{4}{3}x^2 + 2x + \frac{4}{3}$.

PRACA KONTROLNA nr 3 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Narysować wykres funkcji $f(x) = 2 \cos^2 x - \sin(2x - \frac{\pi}{2})$ i rozwiązać nierówność $|f(x)| < 2$.
2. Znaleźć punkt należący do paraboli $y^2 = 2x$, którego odległość od prostej $x - 2y + 6 = 0$ jest najmniejsza.
3. Wielomian $w(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ jest podzielny przez trójmian $x^2 - x - 2$, a jego wykres jest symetryczny względem osi Oy . Wyznaczyć wartości parametrów a, b, c, d i rozwiązać nierówność $w(x + 1) \leq w(x - 2)$.
4. Rozwiązać nierówność

$$\log x + \log^3 x + \log^5 x + \dots \leq 2\sqrt{5}.$$

5. Punkt S jest środkiem boku AB w trójkącie ABC . Ponadto $AC \neq BC$ oraz $\angle BAC + \angle SCB = 90^\circ$. Niech D będzie punktem przecięcia symetralnej AB z prostą AC . Udowodnić, że na czworokącie $SBDC$ można opisać okrąg. Dlaczego musimy założyć, że $AC \neq BC$?
6. Wyznaczyć równanie zbioru wszystkich środków tych cięciw paraboli $y = x^2$, które przechodzą przez punkt $A(0, 2)$.

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **18 listopada 2018r.** na adres:

Wydział Matematyki
Politechnika Wrocławska
Wybrzeże Wyspiańskiego 27
50-370 WROCŁAW.

Na kopercie prosimy **koniecznie** zaznaczyć **wybrany poziom!** (np. **poziom podstawowy lub rozszerzony**). Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do wagi listu. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

Uwaga. Wysyłając nam rozwiązania zadań uczestnik Kursu udostępnia Politechnice Wrocławskiej swoje **dane osobowe**, które przetwarzamy **wyłącznie** w zakresie niezbędnym do jego prowadzenia (odesłanie zadań, prowadzenie statystyki). Szczegółowe informacje o przetwarzaniu przez nas danych osobowych są dostępne na stronie internetowej Kursu.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.edu.pl/kurs>