

PRACA KONTROLNA nr 4 - POZIOM PODSTAWOWY

1. W zawodach szachowych bierze udział pewna ilość zawodników, przy czym każdy zawodnik gra z każdym innym dokładnie raz. Ilu było zawodników, jeśli wiadomo, że rozegrano 55 partii? Ile rozegranoby partii w tych zawodach, gdyby jeden z zawodników zrezygnował z zawodów rozegrawszy cztery partie?
2. Dane są trzy wektory: $\vec{a} = [1, -2]$, $\vec{b} = [-2, -1]$, $\vec{c} = [3, 4]$. Dla jakich rzeczywistych parametrów t i s , wektory $\overrightarrow{AB} = t\vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = s\vec{b}$ oraz $\overrightarrow{CA} = \vec{c}$ tworzą trójkąt ABC ? Znaleźć współrzędne środka ciężkości otrzymanego trójkąta, przyjmując $A(0, 0)$. Sporządzić staranny rysunek.
3. Wartość użytkowa pewnej maszyny maleje z roku na rok o tę samą wielkość. Obliczyć czas, w jakim maszyna straci całkowitą wartość użytkową, jeżeli wiadomo, że jej wartość po 25 latach pracy była trzy razy mniejsza niż jej wartość po 15 latach.
4. Na okręgu o promieniu długości r opisano trapez prostokątny, którego najdłuższy bok ma długość $3r$. Obliczyć pole tego trapezu. Sporządzić staranny rysunek.
5. Obliczyć pierwiastek równania

$$\frac{x - m}{4 - 6x} - \frac{2x + m}{2x + 1} = \frac{2 - m - 7x^2}{6x^2 - x - 2}$$

wiedząc, że jest on o 2 większy od wartości parametru m .

6. Z czworościanu foremnego odcinamy cztery naroża, których krawędziami bocznymi są połówki krawędzi czworościanu. Jaki wielościan otrzymujemy? Obliczyć stosunek jego objętości i pola powierzchni do objętości i pola powierzchni czworościanu. Sporządzić staranny rysunek.

PRACA KONTROLNA nr 4 - POZIOM ROZSZERZONY

1. W zawodach szachowych bierze udział pewna ilość zawodników, przy czym każdy zawodnik gra z każdym innym zawodnikiem dokładnie raz. Ilu było zawodników tych zawodów, jeśli rozegrano 84 partie, a dwóch zawodników wycofało się z zawodów po rozegraniu przez każdego trzech partii?
2. Przez środek boku trójkąta równobocznego poprowadzono prostą tworzącą z tym bokiem kąt 45° i dzielącą ten trójkąt na dwie figury. Obliczyć stosunek pól tych figur (większej do mniejszej). Wynik przedstawić w najprostszej postaci.
3. Dla jakich wartości parametru m , punkty $A(m, -\frac{3}{2})$, $B(2, 0)$ oraz $C(4, -m)$ są wierzchołkami trójkąta ABC ? Z badać jak zmienia się pole tego trójkąta w zależności od m . Znaleźć, o ile istnieją, najmniejszą i największą wartość tego pola dla $m \in [-2, 2]$.
4. Z miast A i B odległych o 119 km wyruszają naprzeciw siebie dwaj rowerzyści, przy czym drugi rowerzysta startuje dwie godziny po wyjeździe pierwszego. Pierwszy rowerzysta, ruszający z miasta A , w ciągu pierwszej godziny przejeżdża 20 km i w każdej następnej godzinie przejeżdża o 2 km mniej niż w poprzedniej. Natomiast drugi rowerzysta w ciągu pierwszej godziny przejeżdża 10 km i w każdej następnej godzinie przejeżdża o 3 km więcej niż w poprzedniej. Po ilu godzinach jazdy się spotkają i w jakiej odległości będą wtedy od obu miast?
5. Wyznaczyć sumę pierwiastków równania

$$2^{(m+1)x^2-4mx+m+\frac{3}{2}} = \sqrt{2}$$

jako funkcję parametru m . Wyznaczyć przedziały, na których funkcja ta jest rosnąca.

6. Z sześcianu odcinamy osiem naroży (małych czworościanów), których wierzchołkami są wierzchołki sześcianu, a bocznymi krawędziami - połówki krawędzi sześcianu. Jaki wielościan otrzymujemy? Obliczyć stosunek jego objętości i pola powierzchni do objętości i pola powierzchni sześcianu. Znaleźć odległość między dwoma najbardziej odległymi wierzchołkami tego wielościanu. Sporządzić staranny rysunek.

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **18 grudnia 2018r.** na adres:

Wydział Matematyki
Politechnika Wrocławska
Wybrzeże Wyspiańskiego 27
50-370 WROCŁAW.

Na kopercie prosimy **koniecznie** zaznaczyć **wybrany poziom!** (np. **poziom podstawowy lub rozszerzony**). Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do wagi listu. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

Uwaga. Wysyłając nam rozwiązania zadań uczestnik Kursu udostępnia Politechnice Wrocławskiej swoje **dane osobowe**, które przetwarzamy **wyłącznie** w zakresie niezbędnym do jego prowadzenia (odesłanie zadań, prowadzenie statystyki). Szczegółowe informacje o przetwarzaniu przez nas danych osobowych są dostępne na stronie internetowej Kursu.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.edu.pl/kurs>