

PRACA KONTROLNA nr 1 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Pan Kowalski założył dwie lokaty, wpłacając do banku w sumie 10120 zł. Pierwsza z nich ma oprocentowanie 12% w skali roku z półroczną kapitalizacją odsetek, a druga daje 18% zysku, przy czym odsetki są naliczane dopiero po roku. Okazało się, że na obu kontach przybyła mu taka sama kwota. Jakie sumy wpłacił na każdą z lokat i jaki osiągnął zysk? Jaki byłby zysk pana Kowalskiego, gdyby na każdą z lokat wpłacił tę samą sumę 5060 zł.?

2. Niech $A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{1}{\sqrt{5-x}} \geq \frac{2}{\sqrt{x+1}} \right\}$ oraz $B = \{x \in \mathbb{R} : |x| + |x-1| \geq 3\}$.

Znaleźć i zaznaczyć na osi liczbowej zbiory A , B oraz $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$.

3. Uprościć wyrażenie (dla tych a, b , dla których ma ono sens)

$$\left(\frac{1}{b} + \frac{2}{\sqrt[6]{a^2 b^3}} + \frac{1}{\sqrt[3]{a^2}} \right) : \frac{\sqrt[3]{a} + \sqrt{b}}{b\sqrt[3]{a^2}}.$$

Następnie obliczyć jego wartość dla $a = 5\sqrt{5}$ i $b = 14 - 6\sqrt{5}$.

4. Odcinek AB jest średnicą okręgu. Styczna w punkcie A i prosta, na której leży cięciwa BC przecinają się w punkcie P odległym od A o $4\sqrt{3}$. Wyznaczyć promień okręgu oraz długość cięciwy BC , wiedząc, że pole trójkąta ABP jest równe $8\sqrt{3}$.
5. Pole trójkąta równobocznego ABX zbudowanego na przeciwprostokątnej AB trójkąta prostokątnego ABC jest dwa razy większe od pola wyjściowego trójkąta. Niech D będzie środkiem boku AB . Wykazać, że trójkąty ABC i ADX są przystające.
6. Pole powierzchni bocznej stożka jest trzy razy większe niż pole jego podstawy. W stożek wpisano walec, którego dolna podstawa jest zawarta w podstawie stożka, a przekrój płaszczyzną zawierającą oś stożka jest kwadratem. Wyznaczyć stosunek objętości walca do objętości stożka.

PRACA KONTROLNA nr 1 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Określić dziedzinę i uprościć następujące wyrażenie

$$\left[\frac{y\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{y}} - \frac{x - y\sqrt{y}}{x + y\sqrt{y}} \cdot \frac{y\sqrt[3]{x^2} - y\sqrt{y}\sqrt[3]{x} + y^2}{\sqrt[3]{x^2} - y} \right] : \frac{y^2}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{y}}$$

Następnie wyznaczyć jego wartość dla $x = 6\sqrt{3} - 10$ i $y = 12 - 6\sqrt{3}$.

2. Wyznaczyć sinus kąta przy wierzchołku C w trójkącie równoramiennym, w którym środkowe ramion AC i BC przecinają się pod kątem prostym.
3. Narysować obszar $D = \{(x, y) : |y| \leq x \leq 4 - y^2\}$. Obliczyć pole kwadratu, którego boki są równoległe do osi układu współrzędnych, a wszystkie wierzchołki leżą na krzywej ograniczającej obszar D .
4. W trójkącie ABC dane są: $|BC| = a$, $|AB| = c$, $\angle ABC = \beta$. Okrąg przechodzący przez punkty B i C przecina boki AB i AC w takich punktach D i E , że pole czworokąta $BCDE$ stanowi 75% pola trójkąta ABC . Wyznaczyć obwód i pole czworokąta.
5. Basen można napełnić, otwierając którykolwiek z trzech zaworów. Otwarcie pierwszych dwu pozwala napełnić basen w czasie o 2 godziny dłuższym niż otwarcie drugiego i trzeciego zaworu, natomiast otwarcie zaworów pierwszego i trzeciego pozwala napełnić basen w czasie dwa razy krótszym niż otwarcie dwu pierwszych. Napełnienie basenu, gdy otwarte są wszystkie trzy zawory, trwa 2 godziny 40 minut. Ile trwa napełnienie basenu, gdy otwarty jest tylko jeden zawór?
6. W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym przekrój płaszczyzną przechodzącą przez wierzchołek ostrosłupa i środki dwu przeciwległych krawędzi podstawy jest trójkątem równobocznym. Ostrosłup przecięto płaszczyzną przechodzącą przez jedną z krawędzi podstawy prostopadłą do przeciwległej ściany bocznej. Obliczyć stosunek objętości brył, na jakie płaszczyzna ta dzieli ostrosłup.

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **28 września 2019r.** na adres:

Wydział Matematyki
Politechnika Wrocławska
Wybrzeże Wyspiańskiego 27
50-370 WROCŁAW.

Na kopercie prosimy **koniecznie** zaznaczyć **wybrany poziom!** (np. **poziom podstawowy lub rozszerzony**). Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do wagi listu. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

Uwaga. Wysyłając nam rozwiązania zadań uczestnik Kursu udostępnia Politechnice Wrocławskiej swoje **dane osobowe**, które przetwarzamy **wyłącznie** w zakresie niezbędnym do jego prowadzenia (odesłanie zadań, prowadzenie statystyki). Szczegółowe informacje o przetwarzaniu przez nas danych osobowych są dostępne na stronie internetowej Kursu.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.edu.pl/kurs>