

**PRACA KONTROLNA nr 2 - POZIOM PODSTAWOWY**

1. Niech  $\alpha$  będzie kątem ostrym takim, że  $\sin \alpha = \sqrt{15} \cos \alpha$ . Wyznaczyć wszystkie wartości funkcji trygonometrycznych kątów  $\alpha$  oraz  $2\alpha$ .

2. Rozwiązać nierówność

$$x \geq 2 + \sqrt{10 - 3x}.$$

3. Wykres trójmianu kwadratowego  $f(x) = ax^2 + bx + c$  jest symetryczny względem prostej  $x = 3$ , a resztą z jego dzielenia przez wielomian  $x - 2$  jest  $-1$ . Wiadomo też, że  $f(0) = 3$ . Znaleźć wartości współczynników  $a, b, c$  i rozwiązać nierówność

$$\frac{1}{f(x)} \geq \frac{1}{3}.$$

4. W ciągu arytmetycznym, w którym trzeci wyraz jest odwrotnością pierwszego, suma pierwszych ośmiu wyrazów wynosi 25. Obliczyć sumę pierwszych 10 wyrazów o numerach nieparzystych.

5. Pole trapezu równoramiennego, opisanego na okręgu o promieniu 1, wynosi 5. Obliczyć pole czworokąta, którego wierzchołkami są punkty styczności okręgu i trapezu.

6. Na szczycie góry, na którą wchodzi Agata po stoku o kącie nachylenia  $\beta$ , stoi krowa o wysokości 150 cm. Dziewczynka widzi ją pod kątem  $\alpha$ , przy czym przyjmujemy tutaj dla uproszczenia, że punkt obserwacji znajduje się na poziomie drogi. Na jakiej wysokości nad poziomem morza stoi Agata, jeżeli szczyt jest na wysokości 1520 m n.p.m.? Podać wzór i następnie wykonać obliczenia dla  $\beta = 43^\circ$ ,  $\alpha = 2^\circ$ .

## PRACA KONTROLNA nr 2 - POZIOM ROZSZERZONY

1. W nieskończonym ciągu geometrycznym, którego suma równa jest 4, trzeci wyraz jest odwrotnością pierwszego. Wyznaczyć pierwszy wyraz i sumę wszystkich wyrazów o numerach parzystych.

2. Narysować wykres funkcji

$$f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x}}$$

i rozwiązać nierówność  $f(x) \geq \frac{1}{4}$ .

3. Rozwiązać nierówność

$$\sqrt{\frac{4x-2}{x+4}} \leq \frac{2}{x-1} - 1.$$

4. Resztą z dzielenia wielomianu  $w(x) = ax^5 + bx^2 + c$  przez  $p(x) = x^3 - x^2 - 2x$  jest wielomian  $r(x) = 11x^2 + 12x + 1$ . Wyznaczyć wartości współczynników  $a, b, c$  oraz rozwiązać nierówność  $w(x) \geq (x+1)^2$ .

5. Wyznaczyć pole trójkąta równobocznego, którego wierzchołki leżą na trzech różnych prostych równoległych, z których środkowa jest oddalona od skrajnych o  $a$  i  $b$ .

6. W punktach  $A(0, 0)$ ,  $B(4, 0)$  i  $C(0, 4)$  ustawione są trzy znaczniki. Sensory robota pozwalają ustalić, że z miejsca, w którym znajduje się on obecnie odcinek  $AB$  widać pod kątem  $\alpha = 90^\circ$ , a odcinek  $AC$  pod kątem  $\beta = 60^\circ$ . Ustalić położenie robota w układzie współrzędnych.

---

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **18 października 2019r.** na adres:

Wydział Matematyki  
Politechnika Wrocławska  
Wybrzeże Wyspiańskiego 27  
50-370 WROCŁAW.

Na kopercie prosimy **koniecznie** zaznaczyć **wybrany poziom!** (np. **poziom podstawowy lub rozszerzony**). Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do wagi listu. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

**Uwaga.** Wysyłając nam rozwiązania zadań uczestnik Kursu udostępnia Politechnice Wrocławskiej swoje **dane osobowe**, które przetwarzamy **wyłącznie** w zakresie niezbędnym do jego prowadzenia (odesłanie zadań, prowadzenie statystyki). Szczegółowe informacje o przetwarzaniu przez nas danych osobowych są dostępne na stronie internetowej Kursu.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.edu.pl/kurs>