

PRACA KONTROLNA nr 3 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Znaleźć największą wartość funkcji

$$f(x) = \frac{2}{\sqrt{4x^2 - 12x + 11}}$$

i rozwiązać nierówność $f(x) \geq 1$.

2. Rozwiązać równanie

$$(1 + \cos 4x) \sin 2x = \cos^2 2x.$$

3. Rozwiązać równanie

$$\log_{\sqrt{5}}(4^x - 6) - \log_{\sqrt{5}}(2^x - 2) = 2.$$

4. Stosunek długości przekątnych rombu jest równy 5:12. Obliczyć stosunek pola rombu do do pola koła wpisanego w ten romb.
5. Dane są punkty $A(1, 1)$ i $B(7, 4)$. Na paraboli $y = x^2 + x + 3$ znaleźć taki punkt C , żeby pole trójkąta ABC było najmniejsze. Wykonać rysunek.
6. Ramiona trójkąta równoramiennego zawarte są w prostych o równaniach $8x - y + 17 = 0$ oraz $4x + 7y - 59 = 0$, a jego podstawa przechodzi przez punkt $P(0, 2)$. Wyznaczyć równanie prostej zawierającej podstawę i obliczyć pole tego trójkąta.

PRACA KONTROLNA nr 3 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Dla jakich wartości parametru m równanie

$$x^2 - 2(m - 4)x + m^2 + 5m + 6 = 0$$

ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste, których suma odwrotności jest dodatnia?

2. Rozwiązać równanie

$$\frac{1}{\sin^2 2x} + \operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x = 2.$$

3. Rozwiązać układ równań

$$\begin{cases} \frac{\log(x-y)-1}{2 \log 2 - \log(x+y)} = 1 \\ \frac{\log x - \log 3}{\log y - \log 7} = -1. \end{cases}$$

4. Dany jest trójkąt ABC , w którym $\angle ACB = \frac{2\pi}{3}$. Dwusieczna kąta ACB przecina prostą przechodzącą przez punkt A i równoległą do boku BC w punkcie P , a prostą przechodzącą przez punkt B i równoległą do boku AC w punkcie Q . Udowodnić, że $AQ = BP$.
5. Wyznaczyć stosunek promienia okręgu wpisanego w romb $ABCD$ o kącie ostrym $\alpha = \angle DAB$ do promienia okręgu opisanego na trójkącie ABD . Sprawdzić dla jakiego kąta α stosunek ten jest największy.
6. Wyznaczyć równanie zbioru wszystkich środków tych cięciw paraboli $y = x^2$, które zaczynają się w punkcie $A(1, 1)$. Rozwiązanie zilustrować rysunkiem.

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **18 listopada 2019r.** na adres:

Wydział Matematyki
Politechnika Wrocławska
Wybrzeże Wyspiańskiego 27
50-370 WROCŁAW.

Na kopercie prosimy **koniecznie** zaznaczyć **wybrany poziom!** (np. **poziom podstawowy lub rozszerzony**). Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do wagi listu. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

Uwaga. Wysyłając nam rozwiązania zadań uczestnik Kursu udostępnia Politechnice Wrocławskiej swoje **dane osobowe**, które przetwarzamy **wyłącznie** w zakresie niezbędnym do jego prowadzenia (odesłanie zadań, prowadzenie statystyki). Szczegółowe informacje o przetwarzaniu przez nas danych osobowych są dostępne na stronie internetowej Kursu.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.edu.pl/kurs>