



L KORRESPONDENCYJNY KURS  
Z MATEMATYKI

luty 2021 r.

## PRACA KONTROLNA nr 6 - POZIOM PODSTAWOWY

- Suma wszystkich krawędzi prostopadłościanu o podstawie kwadratowej wynosi 16 cm. Jakie są wymiary tego prostopadłościanu, który ma największe pole powierzchni całkowitej?
- Sporządź wykres funkcji
$$f(x) = |x^2 - 4| - 2x$$
oraz wyznacz liczbę pierwiastków równania
$$f(x) = m$$
w zależności od parametru  $m$ .
- Ze zbioru trzech elementów  $\{a, b, c\}$  pobrano ze zwracaniem próbkę o licznosci 9 elementów. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że w tej próbie każdy element wystąpi dokładnie trzy razy.
- Sześciu przyjaciół  $A, B, C, D, E, F$  zajmuje sześć kolejnych miejsc w jednym rzędzie sali kinowej. Na ile sposobów mogą usiąść, aby: a) osoby  $A, B, C$  siedziały jedna obok drugiej (w dowolnej kolejności)? b) żadne dwie z osób  $A, B, C$  nie siedziały obok siebie?
- Wyznacz współrzędne wierzchołków trójkąta  $ABC$ , którego boki zawierają się w prostych:  $y = 2$ ,  $2x - y + 10 = 0$ ,  $4x + 3y = 0$ . Następnie wyznacz współrzędne wierzchołków trójkąta, który jest obrazem trójkąta  $ABC$  w jednokładności o środku  $O(0, 0)$  i skali  $-2$ . Oblicz pole trójkąta  $ABC$  i jego obrazu w tym przekształceniu.
- Trójkąt równoboczny  $ABC$  o boku 1 dzielimy na cztery przystające trójkąty, łącząc środki jego boków. Usuwamy środkowy trójkąt (krok 1). To samo robimy z każdym z trzech pozostałych trójkątów (krok 2). Proces ten wykonujemy  $n$  razy. Jaka jest suma pól usuniętych trójkątów po trzech krokach? Ile kroków wystarczy wykonać, aby suma pól usuniętych trójkątów była większa niż  $3/4$  pola wyjściowego trójkąta?

## PRACA KONTROLNA nr 6 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Ile jest czterocyfrowych kodów PIN, w których: a) żadna cyfra się nie powtarza? b) któraś z cyfr się powtarza? Ile kodów jest więcej: tych, w których żadna cyfra się nie powtarza, czy tych, w których któraś z cyfr się powtarza?
2. Pięciu wioślarzy  $A, B, C, D, E$  płynie łodzią, na której znajduje się pięć poprzecznych ławek dwuosobowych. Wioślarze  $A, B, C$  mogą usiąść tylko przy prawej burcie, natomiast wioślarze  $D$  i  $E$  - tylko przy lewej. Jakie jest prawdopodobieństwo zdarzenia, że miejsca obok wioślarzy  $D$  i  $E$  będą zajęte?
3. Znajdź współrzędne wierzchołka  $C$  trójkąta równoramiennego  $ABC$ , gdzie  $A(2, 0)$ ,  $B(0, 2)$ , wiedząc, że środkowe  $AD$  i  $BE$  przecinają się pod kątem prostym.
4. W prostokątnym układzie współrzędnych dane są punkty  $A(a, 0)$  i  $B(b, 0)$ , gdzie  $0 < a < b$ . Znajdź punkt  $C(0, c)$ , gdzie  $c > 0$ , dla którego miara kąta  $\angle ACB$  jest największa.
5. Wyznacz wszystkie styczne do wykresu funkcji  $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$  równoległe do prostej  $x - 2y = 0$  i oblicz pole wielokąta, którego wierzchołkami są punkty przecięcia otrzymanych prostych z osiami układu. Wykonaj staranny rysunek.
6. Kwadrat  $ABCD$  o boku  $a$  dzielimy na dziewięć przystających kwadratów, dzieląc każdy z boków kwadratu na trzy równe części i usuwamy środkowy kwadrat (krok 1). Następnie to samo robimy w pozostałych ośmiu kwadratach (krok 2). Proces ten powtarzany jest nieskończenie wiele razy. Jaka jest suma pól kwadratów usuniętych w  $n$  krokach? Ile kroków wystarczy wykonać, aby suma pól usuniętych kwadratów była większa niż połowa pola wyjściowego kwadratu? Jaka jest suma pól wszystkich usuniętych kwadratów (po nieskończeniu wielu krokach)?

---

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **20.02.2021r.** na adres:

Wydział Matematyki  
Politechnika Wrocławska  
Wybrzeże Wyspiańskiego 27  
50-370 WROCŁAW.

Na kopercie prosimy **koniecznie** zaznaczyć **wybrany poziom!** (np. **poziom podstawowy lub rozszerzony**). Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do formatu listu. Polecamy stosowanie kopert formatu C5 (160x230mm) ze znaczkiem o wartości 3,30 zł. Na każdą większą kopertę należy nakleić droższy znaczek. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

**Uwaga.** Wysyłając nam rozwiązania zadań uczestnik Kursu udostępnia Politechnice Wrocławskiej swoje **dane osobowe**, które przetwarzamy **wyłącznie** w zakresie niezbędnym do jego prowadzenia (odesłanie zadań, prowadzenie statystyki). Szczegółowe informacje o przetwarzaniu przez nas danych osobowych są dostępne na stronie internetowej Kursu.

Adres internetowy Kursu: <http://www.im.pwr.edu.pl/kurs>