LVI
KORESPONDENCYJNY KURS
Z MATEMATYKI

listopad 2026 r.

PRACA KONTROLNA nr 3 - POZIOM PODSTAWOWY

1. Rozwiąż równanie
$$\sin 2x = (\cos x - \sin x)^2.$$

2. Rozwiąż nierówność
$$\frac{f(x)}{f(x)-1} \leqslant 1,$$
gdzie $f(x) = x^2 - 6x - 6$.

3. Dla jakiej wartości parametru p suma kwadratów pierwiastków równania
$$x^2 - (2p+1)x + p^2 + 2 = 0,$$
przyjmuje wartość najmniejszą?

4. Znajdź równanie okręgu o środku w punkcie $S(2,1)$ i odcinającego na prostej $2x-y+7=0$ cięciwę o długości równej 8. Wykonaj odpowiedni rysunek.

5. Obliczyć pole części wspólnej trzech kół o promieniach r i środkach w wierzchołkach trójkąta równobocznego o boku $r\sqrt{2}$.

6. Statek płynie prosto w kierunku klifu. Kąt elewacji (kąt utworzony przez linię poziomą i odcinek łączący obserwatora na statku ze szczytem klifu) wynosi początkowo α, ale po przepłynięciu przez statek d metrów wzrasta do β. Wyznacz wysokość klifu. Wykonaj obliczenia dla wartości $\alpha = 10^\circ$, $\beta = 15^\circ$, $d = 50$.

PRACA KONTROLNA nr 3 - POZIOM ROZSZERZONY

1. Dla jakiej wartości parametru p równanie

$$x^2 - (3p+2)x + p^2 = 0,$$

ma dwa pierwiastki, których iloraz jest równy 9?

2. Rozwiąż nierówność

$$2^{\sin x} + 4^{\sin x} + 8^{\sin x} + \ldots \geqslant 1 + \sqrt{2}.$$

3. Rozwiąż nierówność

$$f(x) \leqslant \frac{4}{f(x)},$$

gdzie $f(x) = -\frac{4}{3}x^2 + \frac{14}{3}x - 2$.

4. Napisz równanie okręgu o promieniu $r = \sqrt{5}$ i stycznego do prostej $x - 2y - 1 = 0$ w punkcie $A(3,1)$. Wykonaj odpowiedni rysunek.

5. Znajdź najmniejszą wartość ilorazu pola powierzchni bocznej stożka i pola powierzchni kuli wpisanej w ten stożek oraz kąt rozwarcia stożka realizujący tę wartość najmniejszą.

6. Na dachu budynku stoi antena, której wysokość chcemy wyznaczyć nie wchodząc na górę. Urządzenie pomiarowe ustawione w pewnej odległości od budynku zmierzyło kąty między pionem a odcinkiem łączącym punkt pomiaru ze szczytem anteny oraz między pionem a odcinkiem łączącym punkt pomiaru z podstawą anteny. Otrzymano kąty α_1 i β_1 odpowiednio. Następnie przesunięto urządzenie o d metrów w kierunku budynku bez zmiany wysokości punktu pomiarowego i ponowiono pomiary, otrzymując kąty α_2 i β_2. Podaj wzór na wysokość anteny i wykonaj obliczenia dla kątów $\alpha_1 = 53°$, $\beta_1 = 55°$, $\alpha_2 = 51°$, $\beta_2 = 53.04°$, oraz $d = 5m$.

Rozwiązania (rękopis) zadań z wybranego poziomu prosimy nadsyłać do **20.11.2026r.** na adres:

`Wydział Matematyki`
`Politechnika Wrocławska`
`Wybrzeże Wyspiańskiego 27`
`50-370 WROCŁAW.`

lub **elektronicznie**, za pośrednictwem portalu `talent.pwr.edu.pl`

Na kopercie prosimy koniecznie zaznaczyć wybrany poziom! (np. poziom podstawowy lub rozszerzony). Do rozwiązań należy dołączyć zaadresowaną do siebie kopertę zwrotną z naklejonym znaczkiem, odpowiednim do formatu listu. Prace niespełniające podanych warunków nie będą poprawiane ani odsyłane.

Uwaga. Wysyłając nam rozwiązania zadań uczestnik Kursu udostępnia Politechnice Wrocławskiej swoje **dane osobowe**, które przetwarzamy **wyłącznie** w zakresie niezbędnym do jego prowadzenia (odesłanie zadań, prowadzenie statystyki). Szczegółowe informacje o przetwarzaniu przez nas danych osobowych są dostępne na stronie internetowej Kursu.

Adres internetowy Kursu: `http://www.im.pwr.edu.pl/kurs`